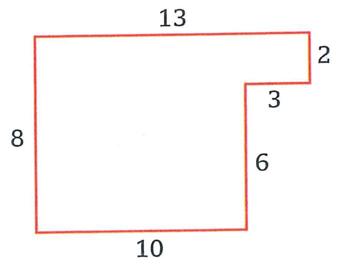
Beräkna omkrets

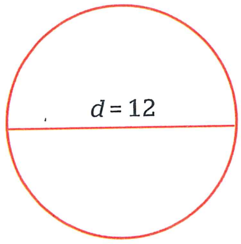
Exempel Beräkna figurernas omkrets.

a)



(cm)

b)



(dm)

Lösning

a) $O = 13 + 2 + 3 + 6 + 10 + 8 = 42$

$O = 42$ cm

Omkretsen är summan av sidornas längder.

b) $O \approx 3{,}14 \cdot 12 = 37{,}68$

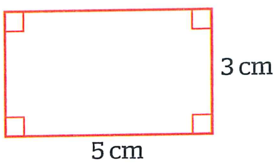
$O \approx 38$ dm

Omkretsen av en cirkel beräknas med formeln $O = \pi \cdot d$ och $\pi \approx 3{,}14$.

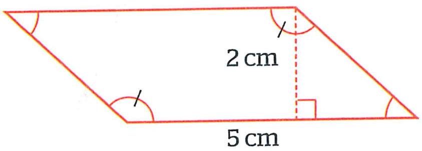
Beräkna area – rektangel, parallellogram, triangel, cirkel

Exempel Beräkna figurens area.

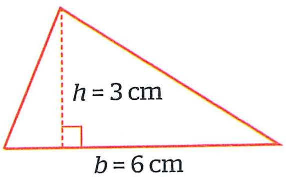
a)



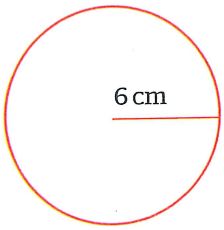
b)



c)



d)



Lösning

a) $A = 5 \cdot 3 \text{ cm}^2 = 15 \text{ cm}^2$

Arean av en rektangel beräknas med formeln $A = b \cdot h$

b) $A = 5 \cdot 2 \text{ cm}^2 = 10 \text{ cm}^2$

Arean av en parallellogram beräknas med formeln $A = b \cdot h$

c) $A = \dfrac{6 \cdot 3}{2} \text{ cm}^2 = 9 \text{ cm}^2$

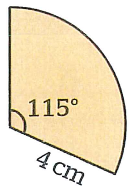
Arean av en triangel beräknas med formeln $A = \dfrac{b \cdot h}{2}$

d) $A \approx 3{,}14 \cdot 6 \cdot 6 \text{ cm}^2 \approx 110 \text{ cm}^2$

Arean av en cirkel beräknas med formeln $A = \pi \cdot r^2$ där $r^2 = r \cdot r$.

Beräkna area av cirkelsektor

Exempel Beräkna arean av cirkelsektorn.



Lösning $A \approx \dfrac{115}{360} \cdot 3{,}14 \cdot 4 \cdot 4\ \text{cm}^2 \approx 16\ \text{cm}^2$

Arean av en cirkelsektor beräknas med formeln $A = \dfrac{v}{360°} \cdot \pi \cdot r^2$.

M

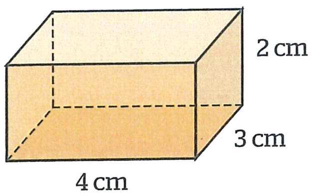
3

Geometri

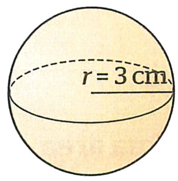
Beräkna area av begränsningsyta

Exempel Beräkna arean av begränsningsytan.

a)



b)



Lösning a) $4 \cdot 3 = 12,\ 4 \cdot 2 = 8,\ 3 \cdot 2 = 6$

$A = 2 \cdot 12 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 6 = 24 + 16 + 12 = 52$

Arean av begränsningsytan är 52 cm^2.

Beräkna arean av botten, långsida och kortsida.

b) $A \approx 4 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 3\ \text{cm}^2 \approx 110\ \text{cm}^2$

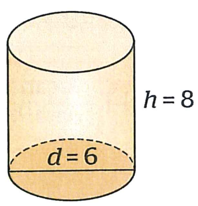
Arean av begränsningsytan hos et klot beräknas med formeln $A = 4 \cdot \pi$

Beräkna area av mantelyta

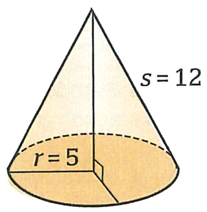
Exempel Beräkna mantelytans area.

(cm)

a)



b)



Lösning a) $A \approx 3{,}14 \cdot 6 \cdot 8\ \text{cm}^2 \approx 150\ \text{cm}^2$

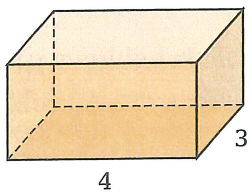
Mantelytan hos en cylinder är en rektar där ena sidan är cirkelns omkrets och c andra sidan är höjden. $A = \pi \cdot d \cdot h$.

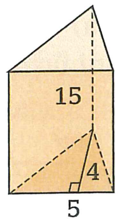
b) $A \approx 3{,}14 \cdot 5 \cdot 12\ \text{cm}^2 \approx 190\ \text{cm}^2$

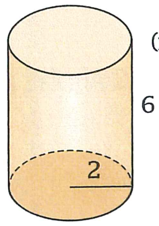
Mantelytan hos en kon är en cirkelsek Arean beräknas med formel $A = \pi \cdot r$

Beräkna volym – rätblock, prisma, cylinder

Exempel Beräkna volymen

a) 

b) 

c) 

Lösning

a) $V = 4 \cdot 3 \cdot 2 \text{ cm}^3 = 24 \text{ cm}^3$

> Volymen av ett rätblock beräknas med formeln $V = B \cdot h$. Basytan är en rektangeln med arean $4 \cdot 3 \text{ cm}^2$.

b) $V = \dfrac{5 \cdot 4}{2} \cdot 15 \text{ dm}^3 = 10 \cdot 15 \text{ dm}^3 = 150 \text{ dm}^3$

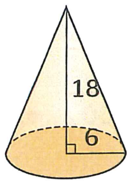
> Volymen av ett prisma beräknas med formeln $V = B \cdot h$. Här är basytan en triangel med arean 10 cm^2.

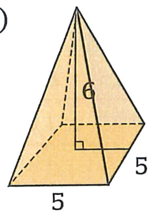
c) $V \approx 3{,}14 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 6 \text{ m}^3 \approx 75 \text{ m}^3$

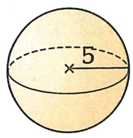
> Volymen av en cylinder beräknas med formeln $V = B \cdot h$. Basytan är en cirkel med $A = \pi \cdot r^2$.

Beräkna volym – kon, pyramid, klot

Exempel Beräkna volymen

a) 

b) 

c) 

Lösning

a) $V \approx \dfrac{3{,}14 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 18}{3} \text{ cm}^3 \approx 680 \text{ cm}^3$

> Volymen av en kon beräknas med formeln $V = \dfrac{B \cdot h}{3}$
> Basytan är en cirkel med $A = \pi \cdot r^2$

b) $V = \dfrac{5 \cdot 5 \cdot 6}{3} \text{ m}^3 = 50 \text{ m}^3$

> Volymen av en pyramid beräknas med formeln $V = \dfrac{B \cdot h}{3}$
> Basytans area är $5 \cdot 5 \text{ m}^2 = 25 \text{ m}^2$

c) $V \approx \dfrac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{3} \text{ cm}^3 \approx 520 \text{ cm}^3$

> Volymen av ett klot beräknas med formeln $V = \dfrac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$

Omvandla mellan areaenheter

Exempel Skriv som kvadratdecimeter (dm^2).

a) $3\ m^2$ b) $150\ cm^2$

Lösning

m^2	dm^2	cm^2
1	100	10 000
0,01	1	100
0,000 1	0,01	1

$1\ m^2 = 100\ dm^2 = 10\ 000\ cm^2$

Så här kan man tänka vid omvandling av mättal mellan areaenheter:

$$m^2 \underset{/100}{\overset{\cdot 100}{\rightleftarrows}} dm^2 \underset{/100}{\overset{\cdot 100}{\rightleftarrows}} cm^2$$

a) $3\ m^2 = 3 \cdot 100\ dm^2 = 300\ dm^2$

$1\ m^2 = 10 \cdot 10\ dm^2 = 100\ dm^2$. Multiplicera med 100.

b) $150\ cm^2 = \frac{150}{100}\ dm^2 = 1{,}5\ dm^2$

$1\ dm^2 = 100\ cm^2$. Dividera med 100.

Omvandla mellan volymenheter

Exempel Skriv som dm^3

a) $2\ m^3$ b) $500\ cm^3$

c) $4\ l$ d) $95\ cl$

Lösning

m^3	dm^3 = liter	cm^3 = ml
1	1 000	1 000 000
0,001	1	1 000
0,000 001	0,001	1

Så här kan man tänka vid omvandling av mätetal mellan volymenheter:

$$m^3 \underset{/1000}{\overset{\cdot 1000}{\rightleftarrows}} dm^3 \underset{/1000}{\overset{\cdot 1000}{\rightleftarrows}} cm^3$$

a) $2\ m^3 = 2 \cdot 1\ 000\ dm^3 = 2\ 000\ dm^3$

$1\ m^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10\ dm^3 = 1\ 000\ dm^3$. Multiplicera med 1 000.

b) $500\ cm^3 = \frac{500}{1\ 000}\ dm^3 = 0{,}5\ dm^3$

$1\ dm^3 = 1\ 000\ cm^3$. Dividera med 1 000.

c) $4\ l = 4\ dm^3$

1 liter = $1\ dm^3$

d) $95\ cl = 0{,}95\ l$

$0{,}95\ l = 0{,}95\ dm^3$

1 liter = 100 cl

M 3 Geometri

Skala

Exempel

a) Avståndet mellan två orter på en karta i skala 1:50 000 är 9 cm. Hur långt är det i verkligheten?

b) En avbildad sträcka är 16 cm. Avbildningen är gjord i skala 200:1. Hur lång är sträckan i verkligheten?

c) En avbildning är 4 cm vilket motsvarar 4,8 meter i verkligheten. Bestäm skalan.

Lösning

a) $9 \text{ cm} \cdot 50\,000 = 450\,000 \text{ cm} = 4\,500 \text{ m} = 4{,}5 \text{ km}$

Avståndet är större i verkligheten. Multiplicera med skalan.

b) $\dfrac{16 \text{ cm}}{200} = 0{,}08 \text{ cm}$

$0{,}08 \text{ cm} = 0{,}8 \text{ mm}$

Avbildningen är en förstoring. Sträckan är mindre i verkligheten. Dividera med skalan.

c) $\text{Skala} = \dfrac{\text{Längd i avbildningen}}{\text{Motsvarande längd i verkligheten}} =$

$= \dfrac{4}{480} =$

Använd samma enhet. 4,8 m = 480 cm

$= \dfrac{1}{120} = 1{:}120$

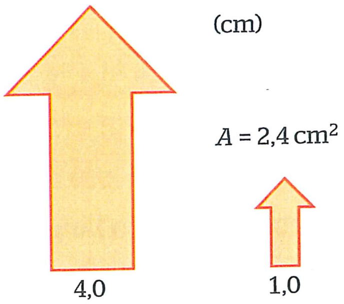
Förkorta med 4 för att få täljaren 1.

M 3 Geometri

Areaskala

Exempel

Den stora pilen är en förstoring av den lilla. Bestäm den stora pilens area.



Lösning

Pilen är förstorad med längdskalan $4{:}1 = \dfrac{4}{1}$

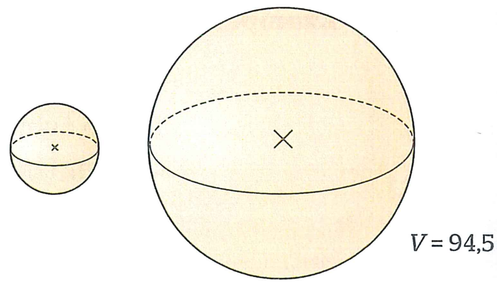
1 cm motsvarar 4 cm i förstoringen.

$\text{Areaskalan} = \text{längdskalan}^2 = \left(\dfrac{4}{1}\right)^2 = \dfrac{4^2}{1^2} = \dfrac{16}{1} = 16{:}1$

Arean av den stora pilen är $16 \cdot 2{,}4 \text{ cm}^2 = 38{,}4 \text{ cm}^2$

Volymskala

Exempel Det lilla klotets diameter är tre gånger kortare än det stora klotets diameter. Bestäm volymen av det lilla klotet.



Lösning Det lilla klotet är förminskat med längdskalan 1:3 $= \frac{1}{3}$

Volymskalan = längdskalan$^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1^3}{3^3} = \frac{1}{27} = 1{:}27$

$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3$

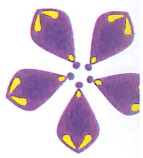
Volymen av det lilla klotet är $\frac{94{,}5 \text{ cm}^3}{27} = 3{,}5 \text{ cm}^3$

Symmetri

Exempel

a) Hur många symmetrilinjer har figuren?

b) Hur många grader måste figuren roteras runt sin mittpunkt för att se exakt likadan ut?

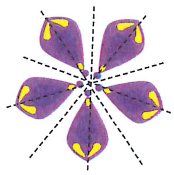


Lösning

a) Figuren har 5 symmetrilinjer:

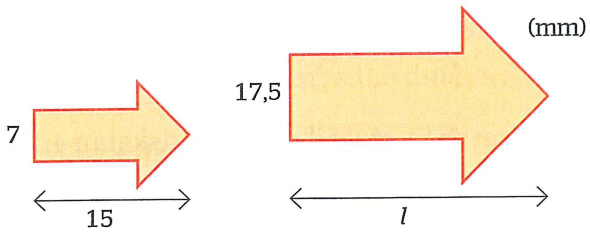
b) Figuren har rotationsordning 5.

$\theta = \frac{360°}{n} = \frac{360°}{5} = 72°$



Likformighet

Exempel Figurerna är likformiga. Bestäm längden av den stora pilen.



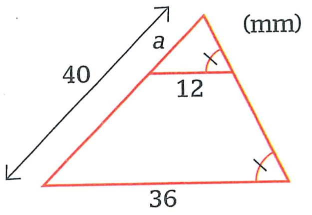
Lösning $\frac{17{,}5}{7} = 2{,}5$

Motsvarande sträckor i den stora pilen är 2,5 gånger så långa som i den lilla.

$l = 15 \text{ mm} \cdot 2{,}5 = 37{,}5 \text{ mm}$

Topptriangelsatsen

Exempel Beräkna längden av sträckan a.



Lösning Den lilla triangeln är en topptriangel.

$\frac{a}{40} = \frac{12}{36}$ — Förhållandet mellan motsvarande sidor ska vara lika.

$\frac{a}{40} \cdot 40 = \frac{12}{36} \cdot 40$ — Multiplicera båda sidor med 40 för att få a ensamt i VL.

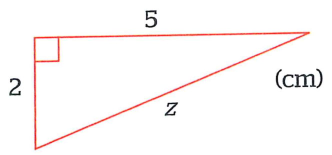
$a = \frac{12 \cdot 40}{36}$

$a \approx 13$ mm

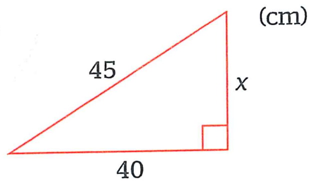
Pythagoras sats

Exempel Bestäm längden av z och x.

a)



b)



Lösning

a) $a^2 + b^2 = c^2$ — Pythagoras sats gäller för rätvinkliga trianglar.

$2^2 + 5^2 = z^2$

$4 + 25 = z^2$

$z^2 = 29$

$z = \sqrt{29}$ — $z = -\sqrt{29}$ är också en lösning, men en sträcka kan inte vara negativ.

$z \approx 5{,}4$ cm

b) $40^2 + x^2 = 45^2$

$x^2 = 45^2 - 40^2$

$x^2 = 2\,025 - 1\,600$

$x^2 = 425$

$x = \sqrt{425}$ — $x = -\sqrt{425}$ är också en lösning, men en sträcka kan inte vara negativ.

$x \approx 21$ cm

M 3 Geometri